Mat-995F, Séminaire de recherche en combinatoire et algèbre

François Bergeron

Automne 2019

Nous allons présenter dans ce cours des résultats récents et des problèmes ouverts concernant l'interaction entre la combinatoire algébrique, la théorie des représentations, et la théorie des fonctions symétriques. Le cours s'articule autour de notes de cours, de mon livre :

> *Algebraic Combinatorics and Coinvariant Spaces*, CMS Treatise in Mathematics, CMS and A.K.Peters, 2009.

et de textes distribués en classe.

1 Combinatoire de Catalan rectangulaire

1.1 Chemins de Dyck et généralisations

1.2 Fonctions de stationnement

1.3 Conjectures shuffle

2 Fonctions symétriques et polynômes de Macdonald

2.1 Bases et propriétés classiques

2.2 Formules, produit scalaire, et applications

2.3 Transformée de Frobenius

2.4 Liens avec la théorie de la représentation de S_n et de $GL(V)$, et dualité de Schur-Weyl

2.5 Polynômes et opérateurs de Macdonald

2.6 Algèbre de Hall elliptique

3 Polynômes harmoniques diagonaux

3.1 Théorèmes classique : Shephard-Todd et Chevalley

3.2 Cas diagonal à deux jeux de variables

3.3 Cas diagonal à plusieurs jeux variables

3.4 Version rectangulaire, et autres extensions

Évaluation

À déterminer.

Références

[1] D. Armstrong and B. Rhoades, *The Shi arrangement and the Ish arrangement*, Trans. Amer. Math. Soc. 364 (2012), 1509-1528

[2] C. Athanasiadis, *Generalized Catalan numbers, Weyl groups and arrangements of hyperplanes*, Bulletin of the London Mathematical Society, Volume 36 (2004), 294-302.

[3] F. Bergeron, *Open Questions for Operators Related to Rectangular Catalan Combinatorics*, à paraître dans Journal of Combinatorics accepté 2016. (voir "http ://arxiv.org/abs/1603.04476")

[4] F. Bergeron, E. Leven, A. Garsia, et G. Xin, *Compositional* (km, kn)*-Shuffle Conjectures*, Int. Math. Res. Not. IMRN 2016, no. 14, 4229–4270. (voir "http ://arxiv.org/abs/1404.4616").

[5] F. Bergeron, *Multivariate Diagonal Coinvariant Spaces for Complex Reflection Groups*, Advances in Mathematics 239 (2013), 97–108. (voir "http ://arxiv.org/abs/1105.4358")

[6] F. Bergeron, L.-F. Préville-Ratelle, *Higher Trivariate Diagonal Harmonics via generalized Tamari Posets*, Journal of Combinatorics. (voir "http ://arxiv.org/abs/1105.3738")

[7] T. L. Bizley, *Derivation of a new formula for the number of minimal lattice paths from* $(0, 0)$ *to* (km, kn) *having just* t *contacts with the line and a proof of Grossman's formula for the number of paths which may touch but do not rise above this line*, J. Inst. Actuar. 80, 1954, 55–62.

[8] Erik Carlsson et Anton Mellit, *A proof of the shuffle conjecture*, (voir "http ://arxiv.org/abs/arXiv :1508.06239").

[9] M. Bousquet Mélou, E. Fusy, and L.-F. Préville-Ratelle, *The Number of Intervals in* m*-Tamari Lattices*, Electronic J. Combinatorics , Vol. 18(2), paper R31.

[10] M. Bousquet Mélou, G. Chapuy, and L.-F. Préville-Ratelle, *The representation of the symmetric group on* m*-Tamari intervals*, Submitted (voir "http ://arxiv.org/abs/1202.5925").

[11] J. Haglund, *The* q, t*-Catalan Numbers and the Space of Diagonal Harmonics*, AMS University Lecture Series, 2008.
(Gratuit via le web : "http ://www.math.upenn.edu/j̃haglund/")

[12] I. G. Macdonald, *A New Class of Symmetric Functions*, Séminaire Lotharingien de Combinatoire, B20a (1988), 41pp.

[13] I.G. Macdonald, *Symmetric functions and Hall polynomials*, second ed., Oxford Mathematical Monographs, The Clarendon Press Oxford University Press, New York, 1995, With contributions by A. Zelevinsky, Oxford Science Publications.

[14] A. Mellit, *Toric braids and (m,n)-parking functions*, (voir "http ://arxiv.org/abs/1604.07456").

[15] B. Rhoades, *Parking Structures : Fuss Analogs*, (voir "http ://arxiv.org/abs/1205.4293")

[16] B. Sagan, *The Symmetric Group*, Wadsworth and Brooks, 1991.

[17] R.P. Stanley, *Parking Functions and Noncrossing Partitions*, The Wilf Festschrift volume,
The Electronic Journal of Combinatorics 4, no. 2, (1997), #R20.
(voir "http ://www.combinatorics.org/ojs/index.php/eljc/article/view/v4i2r20")

[18] R.P. Stanley, *Hyperplane Arrangements Parking Functions and Tree Inversions*, in Mathematical Essays in Honor of Gian-Carlo Rota (B. Sagan and R. Stanley, eds.), Birkhäuser, 1998, 359–375.

[19] R.P. Stanley, *Enumerative Combinatorics*, Volume 1 and 2, Cambridge University Press, 1999.

[20] A.T. Wilson, *Torus link homology and the nabla operator*, (voir "http ://arxiv.org/abs/1606.00764").