Bonjour Adriano,

Je rentre d'une semaine a Cambridge (Harvard/MIT), ou j'ai donne deux conférence sur des trucs à moi. Pendant cette semaine, j'ai aussi un peu discuté avec Nantel des Harmoniques Diagonales. En essayant de lui expliquer certains aspects, j'en suis venu a m'interresser plus en details à l'opérateur ∇ definit comme suit sur la base des $\widetilde{H}_\mu$:

$$\nabla(\widetilde{H}_\mu) := T_\mu \widetilde{H}_\mu, \qquad \text{(Définition)}$$

où comme avant j'écrit $T_\mu = q^{n(\mu')} t^{n(\mu)}$.

Une interpretation de la formule (2.26) de Garsia–Haiman est de donner les coefficients de S_{1^n} dans la base des $\widetilde{H}_\mu$. On a donc que:

$$\nabla(S_{1^n}) = DH_n^{1,1}(x; q, t).$$

D'autre part, il est facile d'obtenir une expression pour S_n, en terme des $\widetilde{H}_\mu$, en utilisant nos calculs (et ω). On obtient de ceci que

$$\nabla(S_n) = (-qt)^{n-1} DH_n^{1,0}(x; q, t).$$

J'ai donc pensé à expérimenter avec tous les S_λ pour définir une λ-version des DH_n:

$$DH_\lambda(x; q, t) := \nabla(S_\lambda). \qquad \text{(Définition)}$$

A un signe global près, on obtient alors des fonctions symétriques dont les coefficients, dans la base des schurs, sont des polynômes en q et t à coefficients tous POSITIFS. Les séries de Hilbert correspondantes sont aussi très jolies. Je soupconne donc qu'il y a des représentations associées.

Il est clair que pour donner une formule, du genre de celle de Garsia–Haiman pour DH_n, exprimant ces nouveaux DH_λ en terme des $\widetilde{H}_\mu$, il suffit de trouver comment exprimer les S_λ en terme des $\widetilde{H}_\mu$ en inversant la matrice des $\widetilde{K}_{\lambda\mu}$. On remarque (experimentalement pour l'instant) que les coefficients correspondants sont tous de la forme:

$$\frac{(1-t)(1-q)A_{\lambda\mu}(q,t)}{\widetilde{h}_\mu \widetilde{h}'_\mu},$$

pour des polynômes $A_\lambda\mu(q, t)$ à déterminer plus explitement pour les partitions autres que 1^n et n. Il se peut que ce soit quelque part dans vos travaux ou ceux de Macdonald, mais je n'ai pas trouv/'e.

C'est tout pour l'instant. François. (Février 1994)